



جامعة
المَنازِرة

MARMARA UNIVERSITY

الدارات المنطقية

النظام الثنائي

Binary Systems



جامعة
المنارة

MARAKA UNIVERSITY

- يعرف النظام التمثيلي بقيم مستمرة مثل
- مقياس الحرارة الزئبقي والعين البشرية

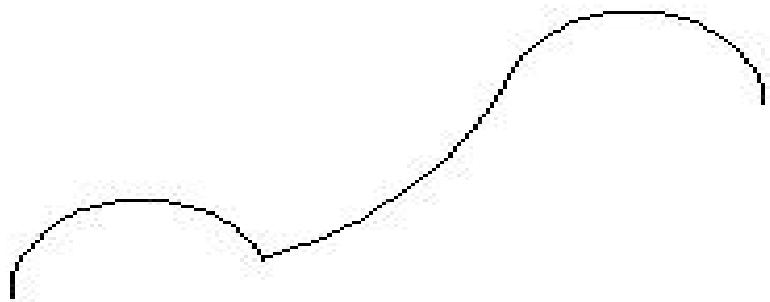


- يعرف النظام الرقمي بمجموعة من القيم المترقبة (التغير الفجائي)

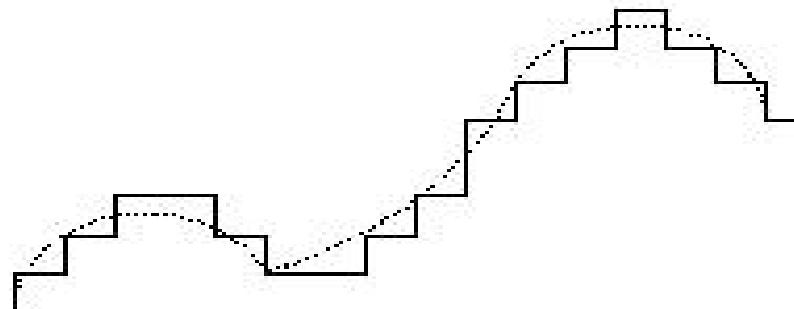
Digital Thermometer مقياس الحرارة الرقمي

Digital camera الكاميرا الرقمية

مميزات استخدام الرقمي



إشارة تمثيلية
Analog signal



إشارة رقمية
Digital signal



- دارات رخيصة نسبياً.
- سهلة المعايرة والضبط.
- مقاومة للضجيج: صور وصوت أكثر وضوحاً

النظام الثنائي Binary System

- النظام الثنائي يسمح بتمثيل عناصر المعلومات بخانات ثنائية .bits

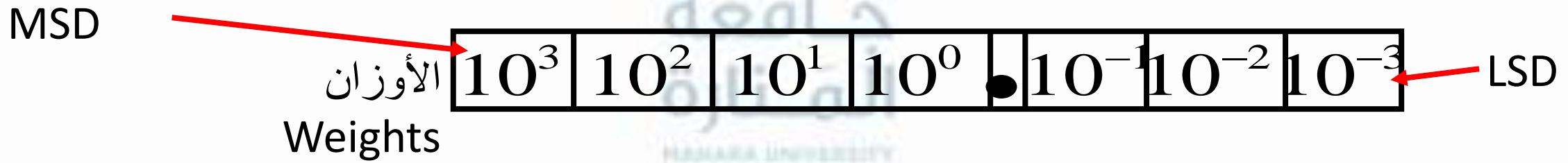
مثال : $(09)_{10} = (1001)_2$
 $(15)_{10} = (1111)_2$

السؤال: لماذا تتجه إلى الرقمي بدلاً من التمثيلي:

معظم الأجهزة الرقمية تتمتع بخاصية قابلية إعادة برمجتها مما يسمح باستخدام نفس البنية المادية hardware بتطبيقات مختلفة.

الترميز الثنائي Binary Code

□ تذكير بالنظام الرقمي العشري :decimal number system الأساس (10) أي الأرقام (0,1,..9). من أجل الأرقام أكبر من 9 نضيف مرتبة إلى يسار الرقم مثل: 19>9. كل مرتبة لها وزن.



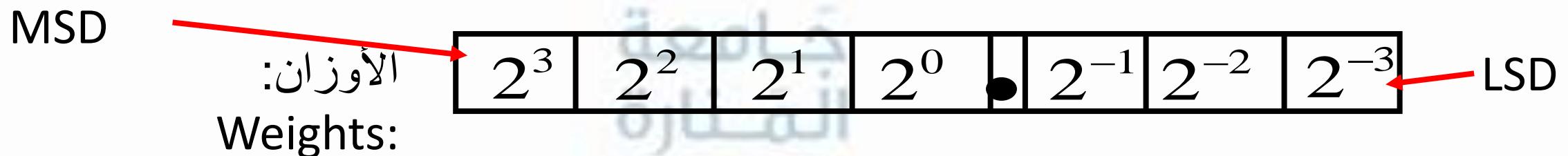
إذا أردنا كتابة رقم كسري مثل 1936.25، على شكل سلسلة أساس مرفوع إلى قوة تصبح كما يلي: ✓

$$1 \times 10^3 + 9 \times 10^2 + 3 \times 10^1 + 6 \times 10^0 + 2 \times 10^{-1} + 5 \times 10^{-2}$$

نظام العد الثنائي

- ✓ If we write 10111.01 using a decimal power series we convert from binary to decimal: □ نظام العد الثنائي.

- الأساس 2 عناصر مجموعته (0,1) -
- يطلق عليها اسم عناصر ثنائية (Bits) .Binary Digits (Bits) -
- من أجل الأرقام أكبر من 1 نضيف مرتبة جديدة إلى اليسار مثل: 10>1. -
- وكل مرتبة وزن (بالترميز العشري). -



إذا أردنا كتابة رقم كسري مثل 1011.11، على شكل سلسلة أساس مرفوع إلى قوة تصبح كما يلي: ✓

$$\begin{aligned}1 \times 2^4 + 0 \times 2^3 + 1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 1 \times 2^0 + 0 \times 2^{-1} + 1 \times 2^{-2} = \\= 1 \times 16 + 0 \times 8 + 1 \times 4 + 1 \times 2 + 1 \times 1 + 0 \times 0.5 + 1 \times 0.25 = 23.25\end{aligned}$$

نظام العد الثنائي Binary number system

□ $(110000.0111)_2 = (\ ? \)_{10}$

الجواب: 48.4375

في علوم الحاسوب $2^{10} = 1024$ تطلق عليها تسمية K = kilo

$2^{20} = 1048576$ تطلق عليها تسمية M = mega

$$2^{30} = ?$$

$$2^{40} = ?$$

ما هو عدد البايتات في ذاكرة سعتها 16 Gbyte



نظامي العد الثنائي والست عشري Octal/Hex

□ نظام العد الثنائي.

الأساس 8 ← الأعداد هي 7 - 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7

✓ $(236.4)_8 = (158.5)_{10}$

$$2 \times 8^2 + 3 \times 8^1 + 6 \times 8^0 + 4 \times 8^{-1} = 158.5$$

□ نظام العد الستعشري

الأساس 16 ← الأرقام العشرة الأولى هي نفسها في النظام العشري وتقوم الأحرف 10, 11, 12, A, B, C, D, E, F مقام الأرقام 13, 14, 15

✓ $(D63FA)_{16} = (877562)_{10}$

$$13 \times 16^4 + 6 \times 16^3 + 3 \times 16^2 + 15 \times 16^1 + 10 \times 16^0 = 877562$$

التحويل من عشري إلى ثنائى

- إذا مثنا كل خانة ثنائية bit في العدد الثنائى بمحول وموقع هذه الخانة بدليل المحول، عندها نعبر عن العدد الثنائى كما يلى:

$$(110)_2 = (a_2 a_1 a_0)_2$$

ونحسب المكافئ العشري كما يلى:

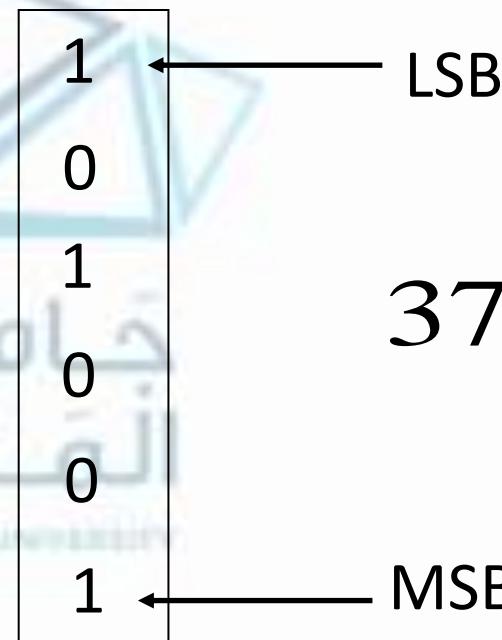
$$(1 \times 2^2 + 1 \times 2^1 + 0 \times 2^0)_{10} = (a_2 \times 2^2 + a_1 \times 2^1 + a_0 \times 2^0)_{10}$$

ولابد من تقسيم الرقم إلى جزء صحيح وآخر كسري ونقوم بتحويل الجزء الصحيح من العدد العشري بالتقسيم التكراري على 2 وأخذ باقى القسمة كالمبين في الشريحة التالية:

التحويل من عشري إلى ثنائي

✓ أوجد العدد الثنائي المكافئ للعدد 37.

$$\begin{array}{r} 2 \overline{)37} & = 18 + 0.5 \\ 2 \overline{)18} & = 9 + 0 \\ 2 \overline{)9} & = 4 + 0.5 \\ 2 \overline{)4} & = 2 + 0 \\ 2 \overline{)2} & = 1 + 0 \\ 2 \overline{)1} & = 0 + 0.5 \end{array}$$



□ $53_{10} = \underline{\hspace{2cm}}_2$ ANS: $53_{10} = 110101_2$

التحويل من عشري إلى ثنائي

□ تحويل الجزء الكسري من العشري إلى الثنائي:

يتم تطبيق نفس الإجرائية مع اختلاف وحيد حيث نستخدم الضرب بدلاً من القسمة.

✓ حول $(0.8542)_{10}$ إلى الثنائي ضع الإجابة ب 6 أرقام بعد الفاصلة.

$$0.8542 \times 2 = 1 + 0.7084 \quad a_{-1} = 1$$

$$0.7084 \times 2 = 1 + 0.4168 \quad a_{-2} = 1$$

$$0.4168 \times 2 = 0 + 0.8336 \quad a_{-3} = 0$$

$$0.8336 \times 2 = 1 + 0.6672 \quad a_{-4} = 1$$

$$0.6675 \times 2 = 1 + 0.3344 \quad a_{-5} = 1$$

$$0.3344 \times 2 = 0 + 0.6688 \quad a_{-6} = 0$$

$$(0.8542)_{10} = (0.a_{-1}a_{-2}a_{-3}a_{-4}a_{-5}a_{-6})_2 = (0.110110)_2$$

□ $(53.8542)_{10} = (\quad ? \quad)_2$

التحويل من عشري إلى ثماني

- نقوم بالتحويل من خلال التقسيم على 8 ونأخذ الباقي على أنه الخانة الأقل أهمية LSB . ونتابع بتقسيم ناتج القسمة على 8 وأخذ الباقي على أنه الخانات التالية الأكثر أهمية من العدد الثنائي، كما يوضح المثال التالي:



✓ حّول 1122 إلى الثنائي.

$$\begin{array}{r} 8 \overline{)1122} = 140 + 0.25 & R2 \leftarrow \text{ LSB} \\ 8 \overline{)140} = 17 + 0.5 & R4 \\ 8 \overline{)17} = 2 + 0.125 & R1 \\ 8 \overline{)2} = 0 + 0.25 & R2 \leftarrow \text{ MSB} \end{array}$$

$$1122_{10} = 2142_8$$

التحويل من عشري إلى ثماني

✓ حّول العدد 0.3152_{10} إلى ثماني (نكتفي بأربع خانات بعد الفاصلة).

$$0.3152 \times 8 = 2 + 0.5216 \quad a_{-1} = 2$$

$$0.5216 \times 8 = 4 + 0.1728 \quad a_{-2} = 4$$

$$0.1728 \times 8 = 1 + 0.3824 \quad a_{-3} = 1$$

$$0.3824 \times 8 = 3 + 0.0592 \quad a_{-4} = 3$$

$$(0.3152)_{10} = (0.a_{-1}a_{-2}a_{-3}a_{-4})_2 = (0.2413)_8$$

□ $(1122.3152)_{10} = (\quad ? \quad)_8$

جدول يبين الأرقام من 1 حتى 16
بنظام العد الثنائي والثماني
والعشري والستعشري

Decimal	Hex	Binary	Octal
0	0	0000	00
1	1	0001	01
2	2	0010	02
3	3	0011	03
4	4	0100	04
5	5	0101	05
6	6	0110	06
7	7	0111	07
8	8	1000	10
9	9	1001	11
10	A	1010	12
11	B	1011	13
12	C	1100	14
13	D	1101	15
14	E	1110	16
15	F	1111	17

التحويل باستخدام الجدول

يلعب التحويل من وإلى الثنائي والثماني والستعشرى دوراً مهماً في الحواسيب الرقمية.



$$2^4 = 16 \quad \text{وأن} \quad 2^3 = 8$$

نجد أن: كل رقم ثماني يوافق 3 أرقام ثنائية
وكل رقم ستعشرى يوافق 4 أرقام ثنائية.

- ✓ $(010\ 111\ 100\ .\ 001\ 011\ 000)_2 = (274.130)_8$
- ✓ $(0110\ 1111\ 1101\ .\ 0001\ 0011\ 0100)_2 = (6FD.134)_{16}$

باستخدام الجدولة

المتممات Complements

□ تستخدم المتممات في الحواسيب الرقمية لإنجاز عمليات الطرح والعمليات المنطقية.

الأرقام العشرية المتمم العشري 10's complement ← 9's complement

الأرقام الثنائية المتمم الثنائي 2's complement ← 1's complement

يعطى المتمم التسعي بالعلاقة $N = (10^n - 1) - N$ (حيث N عدد عشري)

يعطى المتمم العشري بالعلاقة $N = 10^n - N$ (حيث N عدد عشري)

يعطى المتمم الأحادي بالعلاقة $N = (2^n - 1) - N$ (حيث N عدد ثنائى)

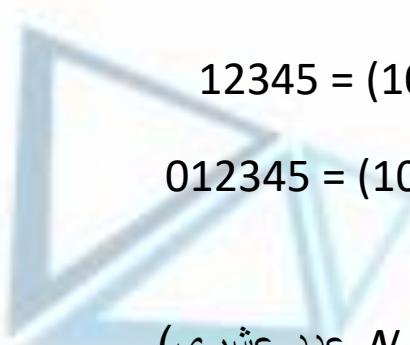
يمكن الوصول إلى المتمم الأحادي بقلب كل 0 إلى 1 وكل 1 إلى 0.

نحصل على المتمم الثنائي بإبقاء الخانات الصفرية الأقل أهمية أصفاراً حتى أول خانة تأخذ قيمة الواحد ومن ثم نستبدل ما بصفر وكل صفر بواحد في جميع الخانات الأكثر أهمية.

ويمكننا الحصول على المتمم الثنائي بإضافة واحد إلى المتمم الأحادي.

المتممات Complements

□ يعطى المتمم التسعي بالعلاقة $N = (10^n - 1) - N$ (حيث N عدد عشري)


$$12345 = (10^5 - 1) - 12345 = 87654 \quad \checkmark \text{ المتمم التسعي للعدد}$$
$$012345 = (10^6 - 1) - 012345 = 987654 \quad \checkmark \text{ المتمم التسعي للعدد}$$

□ يعطى المتمم العشري بالعلاقة $N = 10^n - N$ (حيث N عدد عشري)


$$739821 = 10^6 - 739821 = 260179 \quad \checkmark \text{ المتمم العشري للعدد}$$
$$2500 = 10^4 - 2500 = 7500 \quad \checkmark \text{ المتمم العشري للعدد}$$

□ أوجد المتمم التسعي والعشري للعدد 00000000

الجواب 99999999 and 00000000

المتممان الأحادي والثنائي 1's and 2's Complements

نحصل على المتم الثنائي بإبقاء الخانات الصفرية الأقل أهمية أصفاراً حتى أول خانة تأخذ قيمة الواحد ومن ثم نستبدل ما بصفر وكل صفر بوحدة في جميع الخانات الأكثر أهمية.



يعطى المتم الأحادي بالعلاقة $N = (2^n - 1) - N'$ (حيث N' عدد ثانوي)
يمكن الوصول إلى المتم الأحادي بقلب كل 0 إلى 1 وكل 1 إلى 0.

$$1101011 = 0010100$$

✓ المتم الأحادي للعدد

$$0110111 = 1001001$$

✓ المتم الثنائي للعدد

أوجد المتممين الأحادي وال الثنائي للعدد

الجواب: 0111111 و 10000000

الطرح باستخدام المتمم

□ طرح عددين مؤلفين من n رقم غير ذوي إشارة هو $M-N$ حيث الأساس r ينجز بالشكل التالي:

1. إضافة M إلى المتمم $-r$ للعدد N : $M + (r^n - M)$
2. إذا كانت $N > M$ فإن المجموع سيخرج منقولاً للمرتبة بعد النهاية والذي يمثل بدوره r^n مما يسمح باهتماله وتكون النتيجة $-N$.
3. إذا كانت $N \leq M$ لن تنتج عملية الجمع أي منقول للمرتبة ما بعد النهاية ويكون المجموع مساوي لـ $(M - N) - r^n$.



الطرح العشري باستخدام المتمم

✓ إطرح $2100 - 150$ باستخدام المتمم العشري

$$M = 150$$

$$N = + 7900$$

$$\text{Sum} = 8050$$

لا يوجد منقول للمرتبة بعد الأخيرة أي العدد سالب
الجواب $- (10\text{'s complement of } 8050) = - 1950$

✓ إطرح $3049 - 7188$ باستخدام المتمم العشري

$$M = 7188$$

$$10\text{'s complement of } N = + 6951$$

$$\text{Sum} = 14139$$

$$\text{Discard end carry } 10^4 = - 10000$$

$$Answer = 4139$$

الطرح الثنائي باستخدام المتمم

نفس الإجرائية العشرية السابقة.



نفذ $1010100 - 1000011$ باستخدام المتمم الثنائي:

$$\begin{array}{r} A = 1010100 \\ 2's \text{ complement of } B = + \underline{0111101} \\ \text{Sum} = 100\underline{1}0001 \\ \text{Discard end carry} = - \underline{10000000} \end{array}$$

end carry

Answer = 0010001

نفذ $1010100 - 1000011$ باستخدام المتمم الثنائي:



Answer = - 0010001

الطرح الثنائي باستخدام المتممات

نفذ $1010100 - 1000011$ باستخدام المتمم الأحادي

$$A = 1010100$$

$$1's \text{ complement of } B = + \underline{0111100}$$

$$\text{Sum} = 10010000$$

$$\text{End-around carry} = + \underline{\quad \quad \quad 1}$$

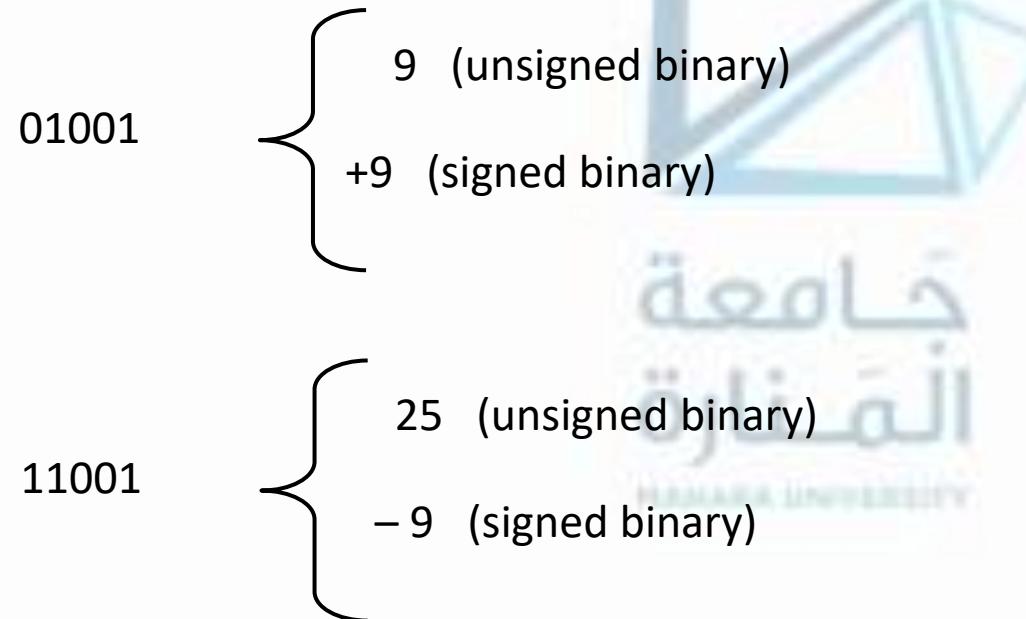
$$\text{Answer} = 0010001$$

نفذ العملية $1010100 - 1000011$ باستخدام المتمم الأحادي

$$\text{Answer} = - 0010001$$

الأعداد الأحادي ذات الإشارة Signed binary numbers

نمثل الأعداد السالبة عادةً بجعل خانة خاصة للإشارة تأخذ القيمة 1 (تأخذ خانة الإشارة sign bit القيمة 0 من أجل الأعداد الموجبة).



الجمع الرياضي Arithmetic addition

يجب أن تكزن الأعداد السالبة ممثلة بالمتمن الثنائي وإذا كان ناتج الجمع سالباً فيجب أن يكون ممثلاً أيضاً بالمتمن الثنائي .

$$\begin{array}{r} + 6 \quad 00000110 \\ +13 \quad 00001101 \\ \hline +19 \quad 00010011 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} -6 \quad 11111010 \\ +13 \quad 00001101 \\ \hline +7 \quad 00000111 \end{array}$$

- Add -6 and -13

Answer = 11101101

ترميزات أنظمة العد

Hex	Binary	Unsigned Decimal	Signed 2C* Decimal	BCD
0	0000	0	0	0000
1	0001	1	1	0001
2	0010	2	2	0010
3	0011	3	3	0011
4	0100	4	4	0100
5	0101	5	5	0101
6	0110	6	6	0110
7	0111	7	7	0111
8	1000	8	-8	1000
9	1001	9	-7	1001
A	1010	10	-6	x
B	1011	11	-5	x
C	1100	12	-4	x
D	1101	13	-3	x
E	1110	14	-2	x
F	1111	15	-1	x

x = don't care

2C = 2's complement form

الأعداد ذات الإشارة

Decimal Value	Signed 2C Binary	Sign-Magnitude Binary
-8	1000	n/a
-7	1001	1111
-6	1010	1110
-5	1011	1101
-4	1100	1100
-3	1101	1011
-2	1110	1010
-1	1111	1001
0	0000	0000, 1000
1	0001	0001
2	0010	0010
3	0011	0011
4	0100	0100
5	0101	0101
6	0110	0110
7	0111	0111